

Géométrie numérique

Séance 1 – Représentation géométrique des objets 3D

Franck Hétroy-Wheeler

M1 I3D et IIRVIJ – 2019-2020



Qui suis-je

- ▶ Franck Hétroy-Wheeler
- ▶ **Enseignant-chercheur** en informatique [graphique] depuis 2000
- ▶ A l'Unistra/ICube depuis 2017
 - ▶ Équipe **IGG**
- ▶ hetroywheeler@unistra.fr



Contexte

Environnement virtuel :

représentation informatique du monde réel (et plus !)

- ▶ Terrain/paysage
- ▶ Personnages
- ▶ Objets et accessoires
- ▶ ...



Le monde de Rama, (c) Éric Bruneton



Applications (1)

Multimédia :

- ▶ Jeux vidéo
- ▶ Films d'animation
- ▶ Effets spéciaux
- ▶ Réalité virtuelle
- ▶ Infographie (web, logos, ...)



Big Buck Bunny, Blender Foundation



(c) Lucian Stanculescu

Autres industries :

- ▶ **Transport** : simulateurs de conduite
- ▶ **Architecture**
- ▶ **Médecine** : diagnostic via imagerie, simulation chirurgicale
- ▶ **Patrimoine**, musées
- ▶ **Objets** manufacturés : design, prototypage

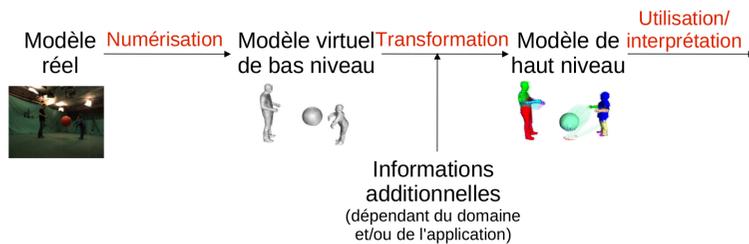


(c) Corys



Portique du monastère de Ripoll

- ▶ À la main (artistes)
 - ▶ **Modeleurs** : Maya, Blender, CATIA, ...
- ▶ De manière **procédurale**
 - ▶ Fractales (terrains), L-systèmes (plantes), ...
- ▶ Par **numérisation**
 - ▶ Médecine, patrimoine, ...

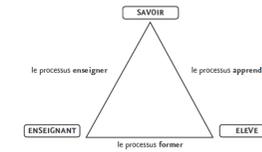


1. Panorama des **représentations d'objets 3D** (aujourd'hui)
2. Introduction aux **maillages**
3. **Géométrie différentielle** discrète
4. **Lissage** et **simplification** de maillages
5. **Remaillage** de surfaces
6. Traitement des **nuages de points**



- ▶ 6 **CM** de 2 heures
- ▶ 4 séances de **TP**
- ▶ **Projet** en groupes de 5 étudiants, 4 séances de suivi
 - ▶ Mode agile
 - ▶ Temps estimé de travail **par étudiant** : 30 à 50 heures
- ▶ **Evaluation** : 2 CC de 1h chacun (30% chacun) et soutenance de projet (40%)
 - ▶ CC1 le mercredi 12 février 2020, CC2 le mardi 19 mai 2020
 - ▶ Soutenances de projet le mardi 12 mai 2020

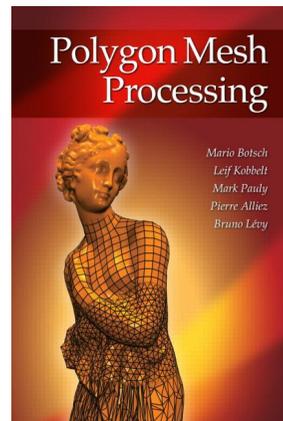
- ▶ Le **triangle pédagogique** (Jean Houssaye)



- ▶ **Enseigner** : CM
- ▶ **Former** : projet
- ▶ **Apprendre** ?
 - ▶ Projet
 - ▶ Exercices en CM
 - ▶ **Lecture d'un chapitre de livre avant** le CM correspondant

Livre de référence pour les maillages :

- ▶ **Polygon Mesh Processing**, A.K. Peters/CRC Press 2010
- ▶ Auteurs : Mario Botsch, Leif Kobbelt, Mark Pauly, Pierre Alliez et Bruno Lévy
- ▶ www.pmp-book.org
- ▶ Disponible à la bibliothèque du Pôle API
- ▶ Slides et codes sources sur le site web



Questions ?

Contexte

Déroulement du cours

Représentations discrètes d'un objet

Modèles volumiques

Modèles surfaciques

Bilan

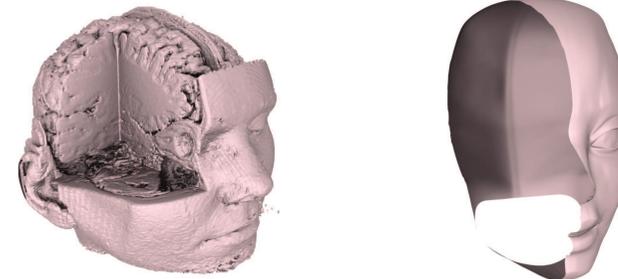
- ▶ **Objet réel** = continu, complexe (couches, différentes dimensions)
- ▶ **Objet virtuel** = discret, **simplification**



[Livny et al. ToG 2010]

Différentes représentations \Rightarrow différents objectifs

- ▶ Précision
- ▶ Place mémoire
- ▶ Facilité de manipulation/modification
- ▶ Temps de calcul
- ▶ ...

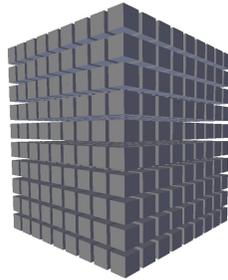


Volumique :

- ▶ le modèle contient de l'information en **chaque point** d'une partie de l'espace

Surfacique :

- ▶ le modèle contient de l'information en **sous-ensemble** de l'espace



Exercice

Calculer le volume de données pour représenter un cube de $1000 \times 1000 \times 1000$ (où chaque élément contient un double) pour un modèle volumique, et pour un modèle surfacique. Comparer à la mémoire vive d'une machine standard.

Contexte

Déroulement du cours

Représentations discrètes d'un objet

Modèles volumiques

- CSG
- Surface implicite
- Énumération spatiale

Modèles surfaciques

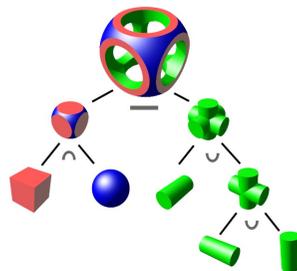
Bilan

Principe

Assembler des primitives simples grâce à des opérations booléennes.

Arbre d'évaluation :

- ▶ Primitives terminales :
 - ▶ demi-plan ($p_x(X) > \alpha$)
 - ▶ sphère ($\|X\| < \rho$)
 - ▶ cylindre ($\|p_{x,y}(X)\| < \rho$)
 - ▶ ...
- ▶ Primitives intermédiaires :
 - ▶ union (\cup)
 - ▶ intersection (\cap)
 - ▶ différences (\setminus)
 - ▶ ...



Avantages :

- ▶ Définition **mathématique**
- ▶ **CAO** (usinage)
- ▶ Simplicité d'implémentation (ray-tracer)

Inconvénients :

- ▶ Faible **liberté** de forme
- ▶ Non représentabilité des **objets complexes**, organiques

Utilisé dans Solidwork, Pov-Ray, ...

Exercice

On dispose de deux fonction booléennes $I_A, I_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \{0, 1\}$. Trouver $I_{A \cup B}$, $I_{A \cap B}$, et $I_{A \setminus B}$.
Expliquer comment créer un mug en CSG (indice : besoin de 4 primitives).

Principe

On décrit la surface comme l'isopotentielle d'une fonction scalaire de l'espace.

On prend une fonction scalaire de l'espace :

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

La surface est définie implicitement par une équation ouverte :

$$S = f^{-1}(cst) = \{X \in \mathbb{R}^3 | f(X) = cst\}$$



Avantages :

- ▶ Définition mathématique
- ▶ **Mélange**
- ▶ Formes "bloby"
- ▶ Définition de la normale (gradient)

Inconvénients :

- ▶ **Paramétrisation**
- ▶ Contrôle de la topologie
- ▶ Effacement des **détails**

Très utilisé pour représenter les fluides (approche lagrangienne).

Exercice

Trouver une fonction f représentant une sphère de centre C et de rayon ρ à l'isopotentielle 0.

Principe

Cas particulier de surface implicite où $f = k * s$ et :

$$\begin{cases} k & \text{est une fonction à support compact} \\ S & \text{est une fonction type "dirac"} \end{cases}$$



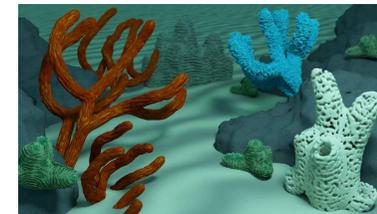
La surface est déduite d'un squelette par convolution avec un noyau à support compact.

Avantages :

- ▶ Facilité d'**édition**
- ▶ Etendue spatiale limitée

Inconvénients :

- ▶ Cf. surfaces implicites
- ▶ Problème du **bulge**



Principe

On définit une propriété donnée de l'objet à représenter dans un ensemble de points de l'espace (grille 3D).

Différentes propriétés :

- ▶ booléen (intérieur / extérieur)
- ▶ entier (couleur)
- ▶ double (coefficient d'absorption)



Avantages :

- ▶ **Topologie** arbitraire
- ▶ Données naturelles, **mesurables** (scanner CT, IRM, échantillonnage d'une fonction de potentielle scalaire, ...)
- ▶ Rendu volumique par absorption / émission

Inconvénients :

- ▶ **Volume de données**
- ▶ Création de données
- ▶ **Anisotropie** liée à la grille

Utilisé en imagerie médicale, en simulation de fluide (champs eulérien), et pour certaines applications de sculptures virtuelles.

Contexte

Déroulement du cours

Représentations discrètes d'un objet

Modèles volumiques

Modèles surfaciques

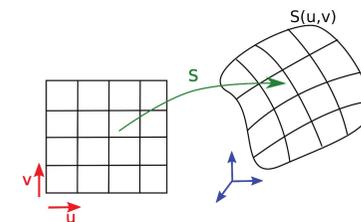
- Représentation paramétrique
- Nuage de points
- Maillage

Bilan

Principe

La surface est définie par une équation paramétrique.

- ▶ On définit un mapping de l'espace des paramètres, qu'on peut ensuite échantillonner.
- ▶ Conversion en maillage.



Avantages :

- ▶ Paramétrage (coordonnées de texture, ...)
- ▶ Design/**modification**

Inconvénients :

- ▶ Donnée **non intuitive** (équation)
- ▶ Variété des objets représentables

Voir cours "Courbes et surfaces pour la CAO 3D"

Principe

La surface est définie par un ensemble de points supposés en faire partie.

Très répandu grâce aux scanners laser et caméras RGBD

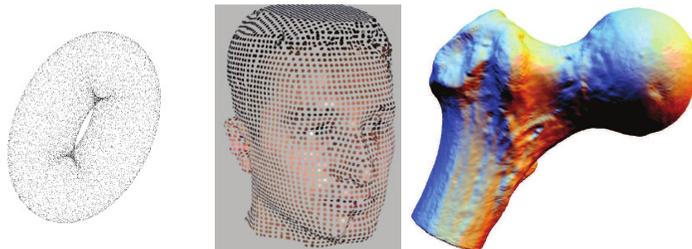


Avantages :

- ▶ Donnée **simple** et compacte
- ▶ **Visualisation** rapide

Inconvénients :

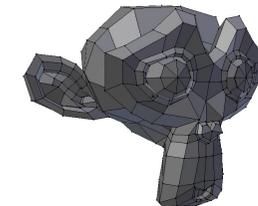
- ▶ Pas de **structure** / d'information topologique (voisinages)
- ▶ Densité nécessaire



Principe

La surface est composée d'un ensemble de polygones défini à partir d'un nuage de points.

- ▶ Représentation la plus répandue
- ▶ Approximation d'ordre 1 (C^0) d'une surface



Avantages :

- ▶ Place mémoire nécessaire (coordonnées points + connectivité)
- ▶ **Visualisation** rapide (rasterisation)
- ▶ **Liberté** de forme et de topologie
- ▶ Définition d'une géométrie discrète (voisinage, courbure)

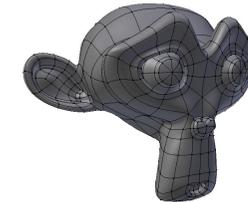
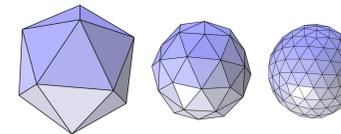
Inconvénients :

- ▶ **Non lisse**
- ▶ **Manipulation** difficile

Principe

Un maillage est raffiné autant de fois que nécessaire dans le but d'augmenter la résolution.

Chaque face est transformée en plusieurs faces plus petites



1. Remplacer chaque face par un point en son barycentre
2. Remplacer chaque segment par un point en son milieu
3. Placer chaque point original P en :

$$\frac{F + 2N + (n - 3)P}{n}$$

où :

- ▶ F est le barycentre des points voisins de P ajoutés à l'étape 1 ;
- ▶ N est le barycentre des points voisins de P ajoutés à l'étape 2 ;
- ▶ n est le nombre de ses voisins.

Exercice

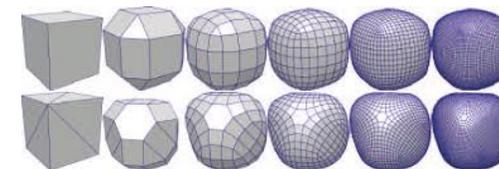
Dessiner un exemple 2D à partir de 5 quadrilatères se joignant en un point, puis un exemple 3D à partir d'un cube.

Avantages :

- ▶ Représentation au **niveau de détail** adapté
- ▶ Donne un aspect **lisse** à des objets anguleux (convergence G^2 presque partout)

Inconvénients :

- ▶ Fortement dépendant du maillage initial
- ▶ **Raccords** entre niveaux de détails différents



Voir cours S3 "Modélisation géométrique 3D"

Contexte

Déroulement du cours

Représentations discrètes d'un objet

Modèles volumiques

Modèles surfaciques

Bilan

Un objet peut être représenté à partir d'un modèle :

- ▶ **Volumique** ou **surfacique**
 - ▶ Information d'intérieur/extérieur à l'objet présente ou non
- ▶ **Discret** ou **continu**
 - ▶ Echantillonnage de la surface ou non

Le choix d'un modèle dépend de l'application visée et des critères prioritaires

- ▶ Modélisation de **données réelles** ou pas
- ▶ Précision, niveaux de **détails**
- ▶ **Manipulation**/modification
- ▶ **Visualisation**
- ▶ Place mémoire
- ▶ Etc.

- ▶ Introduction aux **maillages**
- ▶ À faire pour préparer la séance : lire le **chapitre 2** du livre PMP

