



Outils de génie logiciel pour faciliter le développement et l'automatisation de preuves formelles Coq en géométrie

Thématiques : preuves formelles, géométrie, outils d'aide à la preuve, automatisation des démonstrations

Sujet de thèse (2015-2018)

Laboratoire d'accueil

ICube (UMR 7357) CNRS-Univ. de Strasbourg <http://icube.unistra.fr>
Boulevard Sébastien Brant, BP 10413, 67412 Illkirch Cedex

Encadrement

Nicolas Magaud (magaud@unistra.fr), bur. C126, tel :03 68 85 44 66, équipe IGG, ICube
Pascal Schreck (schreck@unistra.fr), bur. C114, tel :03 68 85 45 60, équipe IGG, ICube

Mots-clefs : génie logiciel, tactiques, interface utilisateur, géométrie, Coq, preuves automatiques

Présentation

Faire des démonstrations de théorèmes en Coq [BC04, Coq14] reste un processus long et parfois même un peu laborieux. L'utilisateur a peu de soutien de la part du système pour mener à bien le travail interactif restant à sa charge lorsque les tactiques automatiques n'ont pas donné de résultats. Des méthodes d'automatisation des démonstrations sont bien sûr disponibles pour résoudre les buts se trouvant dans des fragments décidables des théories considérées. Néanmoins, peu d'outils sont présents pour aider l'utilisateur à identifier ce genre de buts.

En géométrie, la plus grande partie d'une preuve formelle d'un théorème traite les cas dégénérés du théorème (points confondus, droites confondues, points alignés, plans parallèles, etc.) Ce n'est pas le cas en mathématiques usuelles où les cas particuliers sont balayés d'un revers de la main et où des arguments de symétrie ou d'analogie de démonstration sont employés. En effet, on rencontre souvent dans les ouvrages mathématiques les arguments suivants : « *La démonstration de la réciproque se déroule de manière analogue* » ou encore « *On se restreint au cas où A , B et C sont non alignés* ». L'idée est de proposer des outils permettant d'établir les analogies ou symétries entre 2 (parties de) démonstrations dans l'esprit des outils proposés pour les changements de représentation des données [MB02, Mag03]. L'utilisateur fournirait un nombre minimal d'informations permettant d'établir l'analogie et le système se chargerait alors de transformer automatiquement la démonstration ou au moins de fournir un canevas de démonstration à trous qui resteraient à compléter interactivement par l'utilisateur.

Par ailleurs, pour que les mathématiciens utilisent les outils de preuve formelle, leur expérience d'utilisation d'un système comme Coq doit être aussi proche que possible de leur manière de travailler habituellement. Cela n'est pas toujours possible, notamment dans les preuves constructives de formules existentielles, où en Coq la première tâche est de construire un témoin d'existence et ensuite seulement de vérifier qu'il vérifie bien les propriétés attendues. On pourrait imaginer des tactiques permettant de suivre le mode de raisonnement mathématique où le témoin n'est pas clairement explicité, mais pourrait être inféré par le système. Inversement, la formalisation en Coq pourrait conduire à suggérer aux mathématiciens des présentations des démonstrations différentes qui seraient mieux adaptées à leur transposition (immédiate) en Coq.

Références

[BC04] Yves Bertot and Pierre Castéran. *Interactive Theorem Proving and Program Development, Coq'Art : The Calculus of Inductive Constructions*. Springer, 2004.

- [Coq14] Coq development team. *The Coq Proof Assistant Reference Manual, Version 8.4.pl4*. INRIA, 2014.
- [Mag03] Nicolas Magaud. Changing Data Representation within the Coq System. In *TPHOLs'2003*, volume 2758 of *LNCS*. Springer-Verlag, 2003.
- [MB02] Nicolas Magaud and Yves Bertot. Changing data structures in type theory :a study of natural numbers. In Paul Callaghan, Zhaohui Luo, James McKinna, and Randy Pollack, editors, *Post-proceedings of TYPES'2000*, volume 2277 of *LNCS*. Springer-Verlag, 2002.

Financement

Sujet prioritaire proposé pour 2015-2018 dans l'équipe IGG du laboratoire ICube.

Compétences requises

Ce sujet nécessite de bonnes compétences en programmation en Ocaml ainsi qu'en construction de démonstrations formelles au moyen de l'assistant de preuve Coq. Le candidat retenu devra faire preuve d'un intérêt prononcé pour les aspects formels des mathématiques et de la géométrie.